

ROYAUME DU MAROC

Ministère de l'Enseignement Supérieur, de la Formation des Cadres
et de la Recherche Scientifique

Présidence du Concours National Commun
École Nationale Supérieure de l'Informatique et d'Analyse des Systèmes
ENSIAS

Concours National Commun d'admission
aux Grandes Écoles d'Ingénieurs
Session 2012

ÉPREUVE DE PHYSIQUE I

Filière **TSI**

Durée 4 heures

Cette épreuve comporte 8 pages au format A4, en plus de cette page de garde
L'usage de la calculatrice est *interdit*

**L'énoncé de cette épreuve comporte 8 pages.
L'usage de la calculatrice est interdit.**

On veillera à une présentation claire et soignée des copies. Il convient en particulier de rappeler avec précision les références des questions abordées.

Étude de quelques circuits de l'électronique analogique

Le problème est constitué de trois parties. Dans la première partie, on rappelle quelques notions de base sur les circuits électriques et sur l'utilisation des appareils usuels du laboratoire d'électronique. La deuxième partie étudie un montage à base d'amplificateur opérationnel et met en évidence quelques unes de ses propriétés. La troisième partie traite la mise en œuvre d'un montage oscillateur.

Les deux premières parties sont totalement indépendantes. Les résultats de ces deux parties sont utilisés dans la troisième partie.

Le problème comporte de nombreuses questions qualitatives pour lesquelles le candidat s'efforcera de répondre avec concision et précision.

Si, au cours de l'épreuve, un candidat repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il le signale sur sa copie et poursuit sa composition en indiquant les raisons des initiatives qu'il est amené à prendre.

1^{ère} partie

Étude de filtres passifs

1.1. Modélisation linéaire d'un circuit

Le circuit RC de la figure 1 est alimenté par un dipôle actif linéaire modélisé par le générateur de THÉVENIN, de résistance interne R_g et de force électromotrice $e(t)$.

1.1.1. Représenter le schéma du circuit en utilisant la modélisation de NORTON du dipôle actif. Préciser les grandeurs caractéristiques du modèle.

1.1.2. La tension $e(t < 0)$ est égale à une valeur constante notée E . Déterminer, à l'instant $t = 0^-$, le courant qui traverse le circuit ainsi que les tensions u_R et u_C aux bornes de la résistance R et du condensateur C respectivement.

1.1.3. A $t = 0$, on éteint le générateur, qui devient équivalent à sa seule résistance interne. Établir l'équation différentielle régissant l'évolution ultérieure de $i(t)$ et faire apparaître la constante de temps τ du circuit.

1.1.4. Déterminer l'expression de l'intensité de courant i à l'instant $t = 0^+$.

1.1.5. Déterminer l'expression de $i(t > 0)$ puis donner l'allure de la représentation graphique de $i(t)$.

1.2. Utilisation de générateur et d'oscilloscope

On s'intéresse à quelques caractéristiques de ces deux appareils essentiels pour l'étude des circuits électriques.

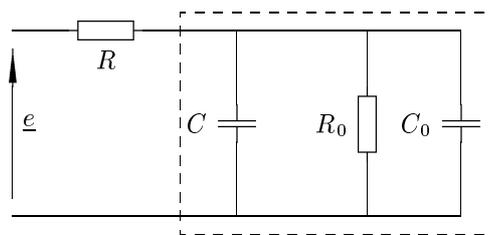
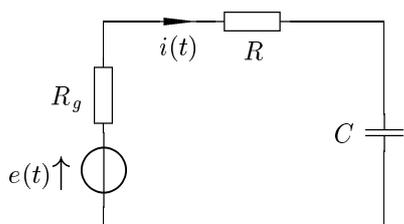


Figure 1: Circuit RC alimenté par un générateur de THEVENIN. Figure 2: Circuit RC en présence d'oscilloscope.

1.2.1. On dispose d'un voltmètre de très grande résistance interne (considérée infinie), d'un générateur de tension (GBF) et de boîtes de résistances réglables. La force électromotrice E du générateur étant fixée en continu.

Décrire un protocole expérimental permettant de mesurer E et la résistance interne R_g du GBF.

1.2.2. On alimente par ce générateur le circuit RC de la figure 1, en régime sinusoïdal de pulsation ω réglable. Quelle sera, en module, l'impédance de charge minimale du générateur ?

Sachant que sa résistance interne est $R_g = 50 \Omega$, à quelle condition pourra-t-on considérer le générateur comme idéal ?

On suppose cette condition remplie dans la suite.

1.2.3. Déterminer la fonction de transfert complexe en tension \underline{H} si la grandeur de sortie est la tension $s(t)$ aux bornes du condensateur. Quelle est la nature du filtre ainsi réalisé ? Définir la pulsation de coupure à -3 dB de ce filtre et donner son expression ω_c en fonction des paramètres du montage.

1.2.4. Dans quel domaine de fréquence ce filtre se comporte comme un intégrateur de la tension d'entrée ?

1.2.5. Pour visualiser la tension $s(t)$, on utilise un oscilloscope dont les caractéristiques d'entrée indiquées sur l'appareil sont : $(1 \text{ M}\Omega, 25 \text{ pF})$. Dans la suite, on désigne par R_0 et C_0 la résistance et la capacité correspondantes. Cet appareil, branché sur le filtre précédent, correspond ainsi au circuit de la figure 2.

1.2.5.1. Déterminer le gain en tension à basse fréquence du circuit, noté H_0 .

1.2.5.2. Exprimer l'admittance complexe \underline{Y} de la branche délimitée en pointillés sur la figure 2. En déduire la nouvelle fonction de transfert \underline{H}' .

1.2.5.3. À quelle(s) condition(s) l'utilisation de l'oscilloscope n'a pratiquement pas d'influence sur les caractéristiques du filtre ainsi étudié ? Justifier.

1.3. Étude d'un filtre du second ordre : filtre de Wien

On considère le filtre de WIEN (W) représenté sur la figure 3 et on suppose qu'aucun courant ne sorte de ce filtre ($i_2 = 0$).

1.3.1. Déterminer la fonction de transfert du filtre :

$$\underline{H} = \frac{v_2}{v_1}$$

Préciser les paramètres caractéristiques du filtre (amplification maximale, facteur de qualité, pulsation particulière).

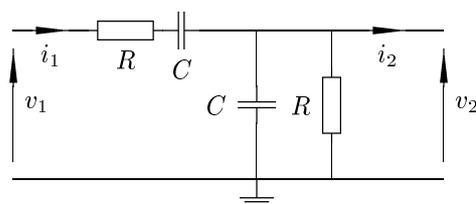


Figure 3: Filtre de Wien

1.3.2. Tracer le diagramme de BODE (gain et phase) associé à \underline{H} . On fera apparaître sur chacun des graphes le tracé asymptotique et le tracé réel. Quelle est la nature de ce filtre ?

1.3.3. Montrer que les tensions d'entrée v_1 et de sortie v_2 sont liées par l'équation différentielle :

$$\frac{d^2 v_2}{dt^2} + a\omega_0 \frac{dv_2}{dt} + \omega_0^2 v_2 = \omega_0 \frac{dv_1}{dt} \quad (1)$$

Exprimer le coefficient ω_0 en fonction de R et C et déterminer la valeur numérique du paramètre a , valeur que l'on utilisera ultérieurement.

2^{ème} partie

Étude d'un montage à base d'amplificateur opérationnel

Dans cette partie, on étudie le modèle de l'amplificateur opérationnel (AO) idéal et quelques limitations à ce modèle. On considère le montage de la figure 4 avec : $R_1 = 1 \text{ k}\Omega$ et $R_2 = 10 \text{ k}\Omega$.

2.1. Modèle d'amplificateur opérationnel idéal

Dans cette section, l'AO du montage représenté sur la figure 4 est supposé idéal.

2.1.1. Pour un amplificateur opérationnel idéal, tracer la caractéristique de transfert statique, c'est-à-dire les variations de u_s en fonction de ε . On notera U_{sat} et $-U'_{sat}$ les tensions de saturation.

2.1.2. Cette caractéristique fait apparaître deux domaines. Nommer et définir ces domaines.

2.1.3. Quelle est la résistance d'entrée du montage de la figure 4 formé par l'AO et les résistances R_1 et R_2 ?

2.1.4. En supposant que l'AO fonctionne dans sa zone linéaire, montrer que l'on a $u_s(t) = A u_e(t)$. Donner l'expression de A en fonction de R_1 et R_2 .

2.1.5. Dans quel domaine de tensions u_e peut-elle varier sans provoquer la saturation de l'AO ?

2.1.6. Tracer la courbe représentant u_s en fonction de u_e pour u_e variant de $-U'_{sat}$ à U_{sat} .

2.2. Limites au fonctionnement de l'AO idéal

2.2.1. Comment mesurer expérimentalement les tensions de saturation U_{sat} et $-U'_{sat}$?

2.2.2. Le constructeur indique que le courant maximal de sortie (courant de saturation) de l'AO est de $i_{s,max} = 20 \text{ mA}$.

On applique à l'entrée du montage $u_e(t) = U_0 \cos(\omega t)$ avec $U_0 = 1,0 \text{ V}$. Comment choisir la valeur d'une résistance R_u placée en sortie du montage pour garder un fonctionnement linéaire ?

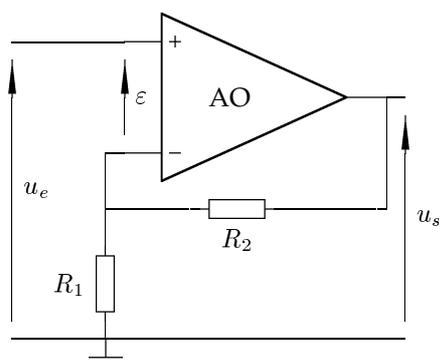


Figure 4: Montage amplificateur.

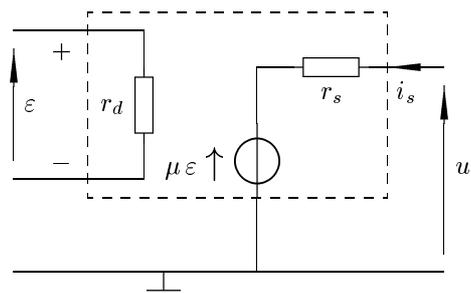


Figure 5: Modèle d'AO en petits signaux en négligeant les dérives.

2.2.3. Le système ne reste linéaire que si $\left| \frac{du_s}{dt} \right| < \sigma$, σ est appelé vitesse de balayage limite de l'AO. Le constructeur indique pour l'AO précédent : $\sigma = 1,0 \text{ V}/\mu\text{s}$.

On applique à l'entrée la même tension qu'au 2.2.2. et on fait augmenter ω . Jusqu'à quelle valeur ω_1 de ω , $u_s(t)$ reste-t elle théoriquement sinusoïdale ? Décrire la déformation de $u_s(t)$ et dessiner l'allure du graphe $u_s(t)$, pour des valeurs $\omega > \omega_1$.

On peut se servir de l'apparition de cette déformation pour estimer σ , proposer une autre méthode pour la mesure expérimentale de σ .

2.3. Influence de quelques défauts de l'amplificateur opérationnel réel

On considère un modèle d'AO réel en fonctionnement linéaire où l'on néglige la tension de décalage et les courants de polarisation (figure 5).

2.3.1. Donner les ordres de grandeur de r_d , r_s et μ des amplificateurs opérationnels couramment utilisés au laboratoire.

2.3.2. On prend r_d infinie et μ (gain différentiel) fini. Représenter le schéma équivalent du montage de la figure 4 avec ce modèle de l'AO. Définir puis déterminer l'expression de la résistance de sortie du montage en fonction de r_s , R_1 , R_2 et μ .

2.3.3. On considère maintenant μ fini et fonction de la fréquence f de la tension appliquée à l'entrée, à l'exclusion de tout autre défaut, notamment on prend r_d infinie et $r_s = 0$. On adopte comme modèle pour le gain complexe :

$$\underline{\mu}(f) = \frac{\mu_0}{1 + j \frac{f}{f_c}}$$

avec $j^2 = -1$.

2.3.3.1. Quel est le nom habituellement donné à ce modèle ?

2.3.3.2. Etablir la nouvelle fonction de transfert du montage de la figure 4 et l'écrire :

$$\underline{H}(f) = \frac{H_0}{1 + j \frac{f}{f_0}}$$

Donner les expressions de H_0 en fonction de μ_0 et A (voir question 2.1.4.) et de f_0 en fonction de f_c , A et μ_0 .

2.3.3.3. On prend $\mu_0 = 1, 0.10^5$ et $f_c = 10 \text{ Hz}$.

Donner les expressions approchées de H_0 et de f_0 . Tracer, sur le même graphe, l'allure des diagrammes de BODE asymptotiques en amplitude pour $\underline{\mu}$ et \underline{H} . Interpréter les limitations en fréquence observées expérimentalement avec le montage de la figure 4.

3^{ème} partie

Étude d'un montage oscillateur

L'amplificateur opérationnel AO utilisé dans cette partie est supposé idéal. Les tensions de saturations en sortie de l'AO sont notées U_{sat} et $-U_{sat}$. On suppose que, dans tous les montages proposés, la saturation en courant n'est jamais atteinte.

On prendra pour les valeurs numériques : $U_{sat} = 14 \text{ V}$, $C = 100 \text{ nF}$, $R = 1 \text{ k}\Omega$.

3.1. Étude du démarrage des oscillations

On relie le montage amplificateur de la figure 4 et le filtre de la figure 3 suivant le schéma de la figure 6.

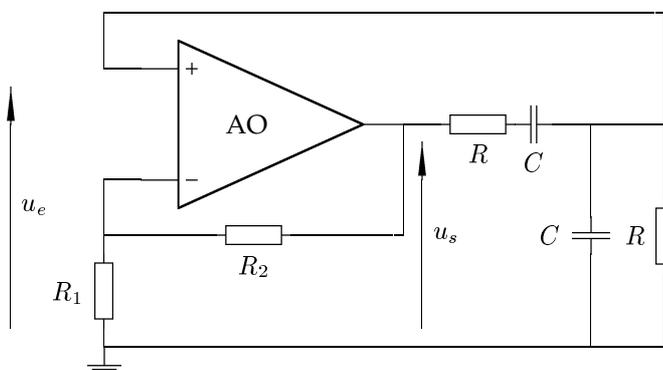


Figure 6: Montage oscillateur

3.1.1. Justifier l'utilisation de l'équation différentielle (1) et déduire l'équation différentielle liant u_e à u_s .

3.1.2. Montrer que la tension u_s est régie par l'équation différentielle suivante :

$$\frac{d^2 u_s}{dt^2} + 2m\omega_0 \frac{du_s}{dt} + \omega_0^2 u_s = 0 \quad (2)$$

Préciser la condition de validité de cette équation. Donner l'expression du coefficient m en fonction de A (voir question 2.1.4.)

3.1.3. Montrer que ce montage peut générer des oscillations en l'absence de générateur de fonction (GBF) pour une valeur de $A \geq A_0$. Donner la valeur limite A_0 .

3.1.4. Montrer que pour $A = A_0$, La tension u_s est sinusoïdale. Donner l'expression générale de $u_s(t)$ et préciser l'expression de sa fréquence f en fonction des paramètres du montage.

3.1.5. Comment doit-on régler pratiquement la valeur de A par rapport à A_0 pour qu'il y ait démarrage des oscillations dans le circuit ? Justifier.

3.1.6. Est-il possible avec le montage proposé de régler l'amplitude des oscillations ? Pourquoi ?

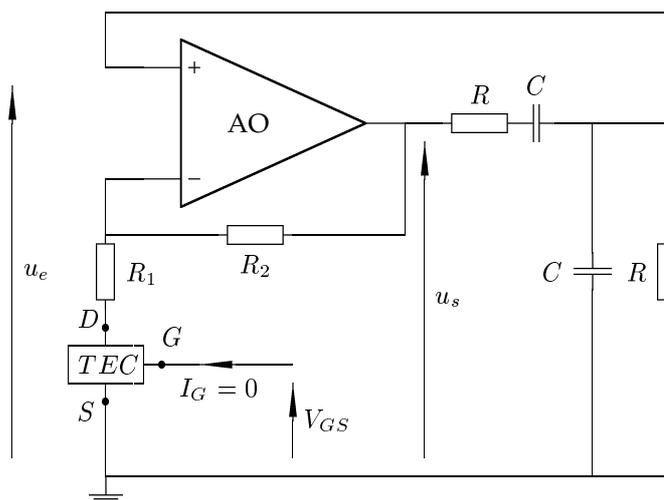


Figure 7: Montage oscillateur avec contrôle automatique du gain.

En fait, le montage étudié précédemment ne donne pas un signal sinusoïdal. En pratique, on ne sait pas réaliser exactement la condition $A = A_0$ de manière reproductible. L'oscillation stable du circuit évolue entre un signal sinusoïdal légèrement écrêté et un signal rectangulaire.

Pour avoir un signal sinusoïdal stable, on peut procéder à un contrôle automatique du gain de l'amplificateur.

3.2. Montage avec contrôle automatique de gain

Une méthode de contrôle automatique du gain de l'amplificateur consiste à ajouter en série avec la résistance R_1 un transistor à effet de champ, noté TEC par la suite.

Un TEC est un dispositif électronique à trois bornes respectivement appelées source S , drain D et grille G . On admettra que le courant i_G entrant en G est toujours nul (voir figure 7).

Le TEC se comporte entre les bornes S et D comme une résistance R_{DS} variable contrôlée par la tension continue V_{GS} :

$$R_{DS} = \frac{R_0}{1 + \frac{V_{GS}}{V_P}}$$

R_0 et V_P sont des constantes positives caractéristiques du TEC. V_{GS} est obtenue par la détection de crête du signal $u_s(t)$.

Pour un fonctionnement normal du TEC, les tensions $V_{DS} = V_D - V_S$ et $V_{GS} = V_G - V_S$ doivent vérifier respectivement : $-V_P \leq V_{DS} \leq V_P$ et $-V_P \leq V_{GS} \leq 0$.

Avec un choix convenable des différents composants, l'AO fonctionne toujours en régime linéaire et, en régime établi, les tensions u_e et u_s sont pratiquement sinusoïdales. Dans toute la suite, on se place en régime établi et on suppose les tensions u_e et u_s parfaitement sinusoïdales de même pulsation Ω et d'amplitudes respectives U_e et U_s . On pose :

$$u_s = U_s \cos(\Omega t)$$

3.2.1. Étude du détecteur de crête

On considère le détecteur de crête de la figure 8. La diode D est supposée idéale, sans tension de seuil, le courant de sortie I est nul. On suppose en outre que la résistance R_d et la capacité C_d vérifient $R_d C_d \Omega \gg 1$.

Dans ce paragraphe, on va étudier le fonctionnement du détecteur de crête et déterminer les variations de la tension v_d avec le temps.

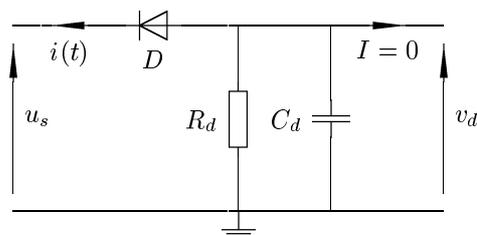


Figure 8: Détecteur de crête.

Dans un premier temps, la diode est supposée passante : elle se comporte comme un conducteur de résistance négligeable. L'intensité $i(t)$ du courant qui la traverse est de la forme $i(t) = I_m \cos(\Omega t + \Phi)$.

3.2.1.1. Donner la relation entre les tensions $u_s(t)$ et $v_d(t)$.

3.2.1.2. La tension de sortie s'écrit, en notation complexe, $\underline{v}_d(t) = -\underline{Z}i(t)$. Déterminer l'impédance complexe \underline{Z} .

3.2.1.3. Expliciter, en fonction des données de l'énoncé les expressions de l'intensité maximale I_m et du déphasage Φ . Simplifier ces expressions en tenant compte de la condition $R_d C_d \Omega \gg 1$.

3.2.1.4. À partir de $t = 0$, l'intensité $i(t)$ évolue et s'annule une première fois à l'instant $t_0 > 0$. Exprimer, le temps t_0 . Déterminer $u_s(t_0)$ et $v_d(t_0)$.

3.2.1.5. Justifier qu'à une date immédiatement postérieure à t_0 , la diode devient bloquée.

On suppose maintenant que la diode est bloquée : elle se comporte comme un interrupteur ouvert. L'intensité $i(t)$ du courant est nulle, et la tension u aux bornes de la diode est négative.

3.2.1.6. Déterminer l'équation différentielle satisfaite par la tension $v_d(t)$.

3.2.1.7. Établir l'expression de la tension $v_d(t)$.

3.2.1.8. Quelle inégalité doit-il y avoir entre les tensions $v_d(t)$ et $u_s(t)$ pour que la diode reste effectivement bloquée ?

3.2.1.9. Tracer, sur le même graphe, l'allure des courbes représentatives des tensions $v_d(t)$ et $u_s(t)$.

Préciser, sur ce graphe, les intervalles de temps pour lesquels la diode est passante, et ceux pour lesquels la diode est bloquée.

3.2.2. Étude de la tension $v_d(t)$

On désigne par V_d la valeur moyenne et par ΔV_d l'amplitude de l'oscillation de la tension $v_d(t)$ sur une période.

3.2.2.1. Montrer que ΔV_d est sensiblement proportionnelle à la période $T = 2\pi/\Omega$. Donner l'expression de ΔV_d en fonction de U_s , R_d , C_d et Ω .

3.2.2.2. Justifier que $V_d \simeq -U_s$ et que $\Delta V_d \ll |V_d|$.

Dans toute la suite on assimilera la tension $v_d(t)$ à sa valeur moyenne V_d . On alimente la grille du TEC par la sortie du détecteur de crête. On a alors, sauf dans la dernière question :

$$V_{GS} = v_d \simeq -U_s$$

3.2.3. En utilisant les résultats de la section 3.1., justifier qu'une oscillation sinusoïdale ne peut exister dans le circuit que pour la pulsation $\Omega = \omega_0$ avec l'amplification $A = A_0$.

On supposera par la suite que $u_s(t)$ est sinusoïdale de pulsation $\Omega = \omega_0$ et on va étudier l'influence de son amplitude U_s sur l'amplification A .

3.2.4. Contrôle automatique du gain

Supposons qu'une augmentation accidentelle de U_s se produise dans le circuit oscillateur.

3.2.4.1. Quel est l'effet de cette augmentation sur l'amplitude U_e du signal $u_e(t)$? Justifier.

3.2.4.2. Exprimer l'amplification A en fonction de R_{DS} , R_1 et R_2 .

3.2.4.3. Montrer que l'augmentation de U_s provoque une diminution de A . Conclure.

3.2.5. Application numérique

On donne $R_1 = 400 \Omega$; $R_2 = 2 k\Omega$; $R_0 = 200 \Omega$ et $V_P = 3 V$.

3.2.5.1. Déterminer la valeur numérique de l'amplitude U_s qui correspond aux oscillations sinusoïdales stables dans le circuit.

3.2.5.2. Ce montage permet d'avoir un signal sinusoïdal stable, mais ne permet pas la modification de son amplitude. Pour obtenir des oscillations d'amplitude U_s ajustable, on remplace la résistance R_d du détecteur de crête par un potentiomètre de même valeur et on alimente la grille du TEC par une fraction de la tension v_d : $V_{GS} = k v_d$.

Pour quelle valeur de k a-t-on $U_s = 10 V$?

FIN DE L'ÉPREUVE